

中学校第3学年

数 学

注 意

- 1 先生の合図があるまで、冊子を開かないでください。
- 2 調査問題は、1ページから20ページまであります。
問題用紙の空いている場所は、下書きや計算などに使用してもかまいません。
- 3 解答は、全て「数学」の解答用紙に記入してください。
- 4 解答は、HB以上の濃さの黒鉛筆(シャープペンシルも可、ボールペンは不可)を使い、濃く、はっきりと書いてください。
- 5 解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 6 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 7 解答には、定規やコンパスは使用しません。
- 8 解答用紙の解答欄は、裏にもあります。
- 9 調査時間は、50分間です。
- 10 問題用紙の最後に、この調査問題について質問があります。解答時間終了後、先生の指示で回答してください。

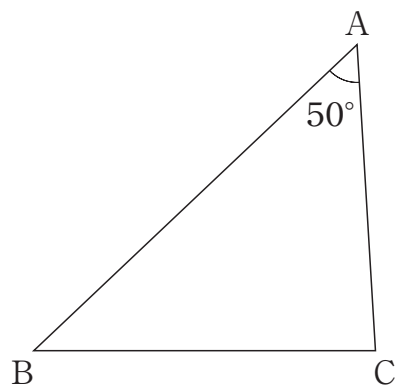
調査問題は、次のページから始まります。

- 1** 下の 1 から 9 までの数の中から素数をすべて選び、選んだ数のマーク欄を黒く塗りつぶしなさい。

1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 オレンジの果汁が40 %含まれている飲み物があります。この飲み物 a mL にオレンジの果汁は何 mL 入っていますか。 a を用いた式で表しなさい。

- 3** 下の図の $\triangle ABC$ で、頂点Aにおける外角の大きさを求めなさい。



- 4** 一次関数 $y = 6x + 5$ の変化の割合は 6 です。この一次関数について、 x の増加量が 2 のときの y の増加量を求めなさい。

- 5** 下の表は、ある学級の生徒 40 人のハンドボール投げの記録をまとめた度数分布表です。

ハンドボール投げの記録

階級 (m)	度数 (人)
以上 未満 5 ~ 10	3
10 ~ 15	8
15 ~ 20	9
20 ~ 25	10
25 ~ 30	6
30 ~ 35	3
35 ~ 40	1
合計	40

20 m 以上 25 m 未満の階級の相対度数を求めなさい。

調査問題は、次のページに続きます。

- 6** 結菜さんと太一さんは、3、6や12、15のような連続する2つの3の倍数の和がどんな数になるかを調べるために、次の計算をしました。

$$\begin{array}{ll} 3、6 \text{ のとき} & 3 + 6 = 9 \\ 12、15 \text{ のとき} & 12 + 15 = 27 \\ 30、33 \text{ のとき} & 30 + 33 = 63 \end{array}$$

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 結菜さんは、これらの計算の結果から、「連続する2つの3の倍数の和は、いつでも9の倍数になる」と予想しました。

しかし、この予想は成り立ちません。この予想が成り立たないことを下のように説明します。下の から までに当てはまる整数をそれぞれ書き、説明1を完成しなさい。

説明 1

連続する2つの3の倍数が、例えば、、 のとき、 + を計算すると、和は となり、9の倍数ではない。

したがって、「連続する2つの3の倍数の和は、いつでも9の倍数になる」という予想は成り立たない。

(2) 連続する2つの3の倍数の和は、9の倍数になるとは限らないことに気づいた二人は、連続する2つの3の倍数の和がどんな数になるかを調べることにしました。

そこで、二人は、 n を整数として、連続する2つの3の倍数を $3n$ 、 $3n+3$ と表してそれらの和を計算し、それぞれ次のように式を変形しました。

結菜さんの式の変形

$$\begin{aligned} & 3n + (3n + 3) \\ &= 3n + 3n + 3 \\ &= 6n + 3 \\ &= 3(2n + 1) \end{aligned}$$

太一さんの式の変形

$$\begin{aligned} & 3n + (3n + 3) \\ &= 3n + 3n + 3 \\ &= 6n + 3 \\ &= 2(3n + 1) + 1 \end{aligned}$$

結菜さんの式の変形の $3(2n+1)$ から、「連続する2つの3の倍数の和は、3の倍数である」ことがわかります。

太一さんの式の変形の $2(3n+1)+1$ から、連続する2つの3の倍数の和は、どんな数であるといえますか。「 は、……である。」という形で書きなさい。

(3) 結菜さんは、連続する2つの3の倍数を、連続する3つの3の倍数に変えた場合、その和がどんな数になるかを調べました。

$$3、6、9 \text{ のとき} \quad 3 + 6 + 9 = 18 = 9 \times 2$$

$$6、9、12 \text{ のとき} \quad 6 + 9 + 12 = 27 = 9 \times 3$$

$$9、12、15 \text{ のとき} \quad 9 + 12 + 15 = 36 = 9 \times 4$$

結菜さんは、これらの結果から次のことを予想しました。

予想

連続する3つの3の倍数の和は、9の倍数になる。

上の**予想**がいつでも成り立つことを説明します。下の**説明2**を完成しなさい。

説明2

n を整数とすると、連続する3つの3の倍数は、
 $3n$ 、 $3n + 3$ 、 $3n + 6$ と表される。
それらの和は、

$$\begin{aligned} & 3n + (3n + 3) + (3n + 6) \\ & = \end{aligned}$$

調査問題は、次のページに続きます。

- 7** 優斗さんと芽依さんは、地域のイベントで「じゃんけんカードゲーム」を行うことを計画しました。そこで、表に「^{おもて}グー」、「チョキ」、「パー」の絵がかかれたカードをそれぞれ同じ枚数ずつたくさん準備しました。これらのカードを裏にすると、表の「グー」、「チョキ」、「パー」の絵はわかりません。

二人は、これらのカードを使ったゲームの進め方を、次のように考えました。

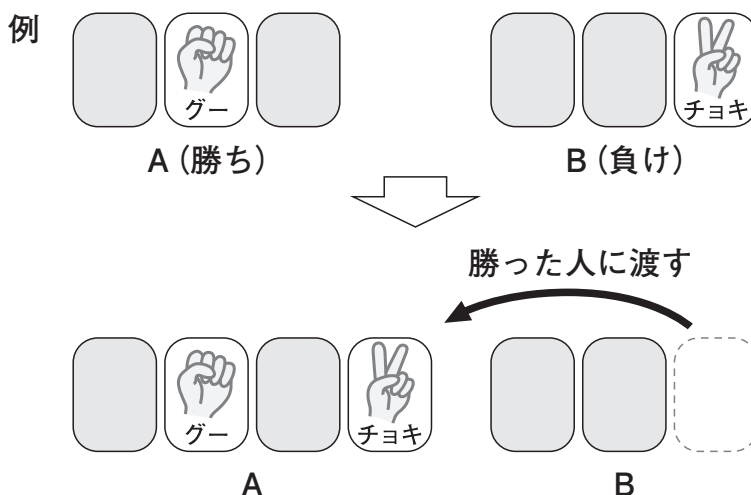


進め方

- ① 準備したすべてのカードを裏にしてよく混ぜ、裏にしたまま、対戦するAとBの手元にそれぞれ3枚ずつ並べる。



- ② AとBは、手元のカードのいずれか1枚を同時に表にする。じゃんけんのルールをもとに勝敗を決め、負けた人は勝った人に表にしたカードを渡す。これを1回目とする。



ただし、あいこのときはカードの受け渡しをせず、1回目を終了する。

- ③ 1回目終了後、自分の手元のカードを、すべて裏にしてよく混ぜてから並べ、②と同様に2回目を行う。
- ④ 2回目終了後、手元のカードの枚数に応じて景品をもらう。

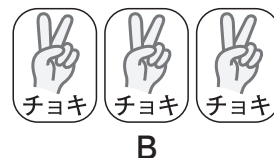
優斗さんと芽依さんは、前ページの**進め方**でゲームを行うときのAとBのそれぞれの勝ちやすさについて調べることにしました。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。ただし、手元のカードのいずれか1枚を表にするとき、どのカードを表にすることも同様に確からしいものとします。

- (1) 優斗さんと芽依さんは、前ページの**進め方**では、右の図のようにAとBのそれぞれの手元のカードが同じ絵のカードになる場合があることに気づきました。



Aの手元のカードが3枚とも「グー」、Bの手元のカードが3枚とも「チョキ」で1回目を行うとき、次のことがいえます。



1回目は必ずAが勝つから、1回目にAが勝つ確率は
 である。

上の に当てはまる数を書きなさい。

(2) 優斗さんと芽依さんは、手元のカードの絵によっては、Aが必ず勝ったり、Bが必ず勝ったりする場合があることに気づきました。そこで、二人は、手元のカードがいろいろな場合で、AとBのそれぞれの勝ちやすさについて考えることにしました。

まず、Aの手元のカードが「グー」、「グー」、「パー」の3枚、Bの手元のカードが「チョキ」、「チョキ」、「パー」の3枚で、AとBのそれぞれの勝ちやすさについて調べることにしました。

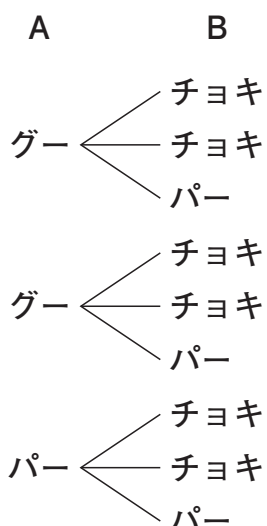


A



B

調べたこと



○カードの絵の出方は全部で9通り

○Aが勝つ場合は4通り

○Bが勝つ場合は4通り

○あいこになる場合は1通り

・ Aが勝つ確率は $\frac{4}{9}$

・ Bが勝つ確率は $\frac{4}{9}$

・ あいこになる確率は $\frac{1}{9}$

優斗さんと芽依さんは、前ページの調べたことをもとに話し合っています。

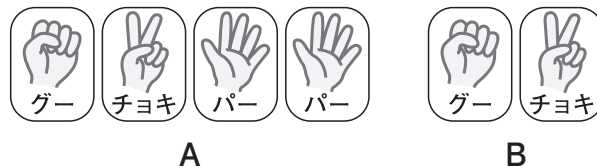
優斗さん「AとBの勝つ確率は、どちらも $\frac{4}{9}$ だから、勝ちやすさは同じだね。」

芽依さん「手元のカードが3枚ずつのとき、カードの絵によって、AとBのどちらかが勝ちやすかったり、勝ちやすさが同じだったりするね。」

優斗さん「AとBの手元のカードの枚数が^{ちが}違うとき、勝ちやすさはどうなるのかな。」

二人は、Aの手元のカードの枚数が4枚、Bの手元のカードの枚数が2枚の場合で、AとBのそれぞれの勝ちやすさについて考えることにしました。

そこで、Aの手元のカードが「グー」、「チョキ」、「パー」、「パー」の4枚、Bの手元のカードが「グー」、「チョキ」の2枚で、AとBのそれぞれの勝ちやすさについて調べることにしました。



このとき、AとBのどちらが勝ちやすいですか。下のアからウまでのの中から正しいものを1つ選び、それが正しいことの理由を、確率を求め、その値を用いて説明しなさい。

ア Aの方が勝ちやすい。

イ Bの方が勝ちやすい。

ウ AとBの勝ちやすさは同じである。

- 8 A 駅の近くに住んでいる歩夢さんは、C 駅と D 駅の間にあるスタジアムによく行きます。



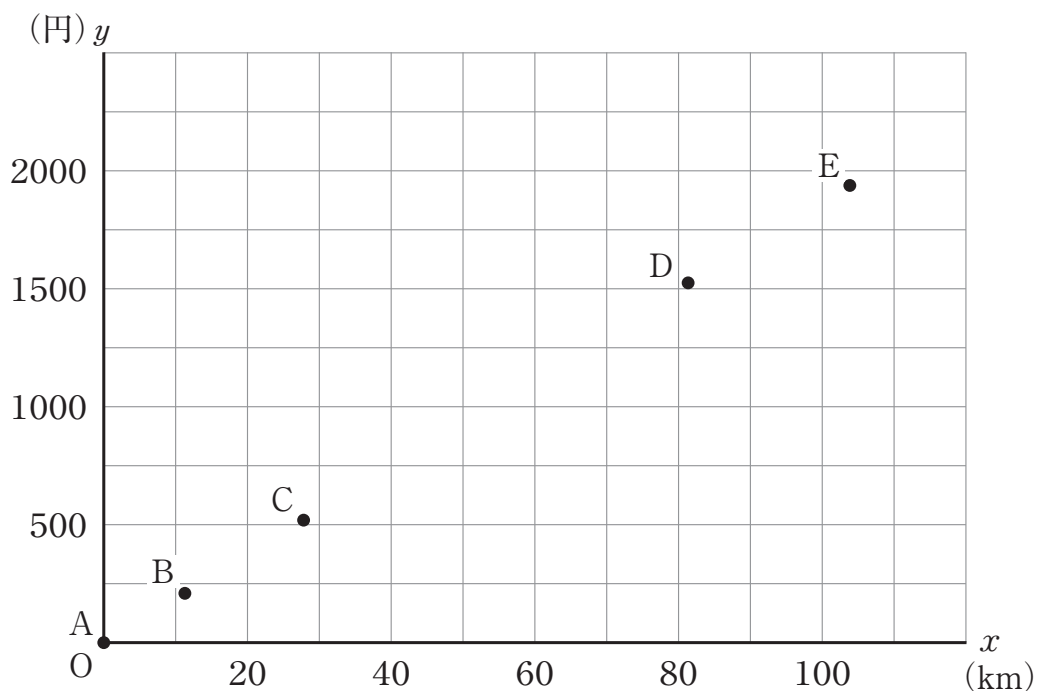
歩夢さんは、スタジアムの近くに新しい駅をつくる計画があることを知り、A 駅から新しい駅までの運賃がいくらになるのか気になりました。そこで、A 駅からの走行距離と運賃をインターネットで調べ、次のような表にまとめました。

調べた結果

	A 駅	B 駅	C 駅	D 駅	E 駅
A 駅からの走行距離(km)	0.0	11.4	27.7	81.9	104.6
A 駅からの運賃(円)	0	210	510	1520	1930

歩夢さんは、上の調べた結果を見て、A 駅からの走行距離と運賃にはどのような関係があるかわかりにくいと感じました。そこで、調べた結果をもとに、A 駅からの走行距離を x km、A 駅からの運賃を y 円とし、コンピュータを使って下のようなグラフに表しました。このグラフの点 A から点 E までの各点の x 座標と y 座標は、それぞれ A 駅から E 駅までの各駅の A 駅からの走行距離と運賃を表しています。

A 駅からの走行距離と運賃のグラフ



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

- (1) 歩夢さんは、前ページのA駅からの走行距離と運賃のグラフを見て、C駅とD駅間の走行距離は、他の駅と駅間に比べて長いと思いました。

C駅とD駅間の走行距離は、A駅からの走行距離と運賃のグラフの何を読み取ればわかりますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア 点Dの x 座標と原点の x 座標の差

イ 点Dの x 座標と点Cの x 座標の差

ウ 点Dの y 座標と原点の y 座標の差

エ 点Dの y 座標と点Cの y 座標の差

- (2) 歩夢さんがさらに調べると、新しい駅はA駅から60.0 kmの地点につくられることがわかりました。そこで、A駅から新しい駅までの運賃がおよそ何円になるかを予測することにしました。

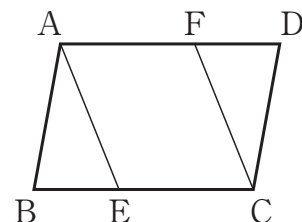
A駅から新しい駅までの運賃を予測するために、前ページのA駅からの走行距離と運賃のグラフにおいて、原点にある点Aから点Eまでの点が一直線上にあるとして考えることにしました。

このとき、A駅から新しい駅までの運賃はおよそ何円になるかを求める方法を説明しなさい。ただし、実際に運賃がおよそ何円になるかを求める必要はありません。

- 9** 右の図 1 のように、平行四辺形 ABCD の辺 BC、DA 上に、 $BE = DF$ となる点 E、F をそれぞれとります。

このとき、四角形 AECF は平行四辺形になります。このことは、次のように証明できます。

図 1



証明 1

平行四辺形の向かい合う辺は平行だから、

$$AD \parallel BC$$

よって、 $AF \parallel EC$ ①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、

$$AD = BC$$
②

仮定より、

$$DF = BE$$
③

②、③より、

$$AD - DF = BC - BE$$
④

④より、

$$AF = EC$$
⑤

①、⑤より、

1 組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいから、
四角形 AECF は平行四辺形である。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 証明 1 では、四角形 AECF が平行四辺形であることを証明しました。四角形 AECF が平行四辺形であることから、新たにわかることがあります。それを下のアからエまでの中から 1 つ選びなさい。

ア $BE = DF$

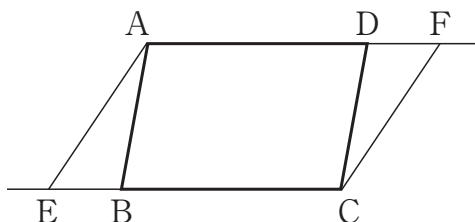
イ $AF = EC$

ウ $AE = FC$

エ $AB = DC$

- (2) 次の図2のように、平行四辺形ABCDの辺CB、ADを延長した直線上に、 $BE = DF$ となる点E、Fをそれぞれとっても、四角形AECFは平行四辺形になります。このことは、前ページの証明1の一部を書き直すことで証明できます。書き直すことが必要な部分を、下のアからオまでのの中から1つ選び、正しく書き直しなさい。

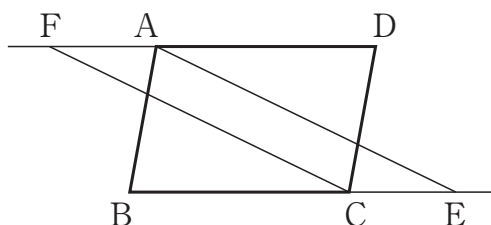
図2



ア	平行四辺形の向かい合う辺は平行だから、 $AD \parallel BC$ よって、$AF \parallel EC$①
イ	平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、 $AD = BC$②
ウ	仮定より、 $DF = BE$③
エ	②、③より、 $AD - DF = BC - BE$④
オ	④より、 $AF = EC$⑤
	①、⑤より、 1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいから、 四角形AECFは平行四辺形である。

(3) 次の図3のように、平行四辺形ABCDの辺BC、DAを延長した直線上に、 $BE = DF$ となる点E、Fをそれぞれとります。

図3



このとき、四角形FCEAは平行四辺形になります。このことは、次のように証明できます。

証明2

平行四辺形の向かい合う辺は平行だから、

$$AD \parallel BC$$

よって、 $FA \parallel CE$ ①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、

$$AD = BC$$
②

仮定より、

$$DF = BE$$
③

②、③より、

$$DF - AD = BE - BC$$
④

④より、

$$FA = CE$$
⑤

①、⑤より、

1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいから、
四角形FCEAは平行四辺形である。

さらに、次の図4のように、辺ABと線分FCの交点をG、辺DCと線分AEの交点をHとすると、四角形AGCHも平行四辺形になります。

図4

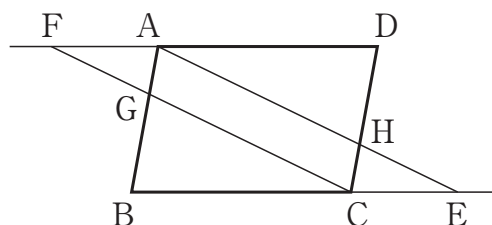


図4において、四角形AGCHが平行四辺形になることは、2組の向かい合う辺がそれぞれ平行であることを示すことで証明できます。四角形AGCHが平行四辺形になることを証明しなさい。ただし、四角形FCEAが平行四辺形であることはすでにわかっていることとします。

これで、数学の調査問題は終わりです。
最後に質問があります。解答時間終了後、
先生の指示で回答してください。

【質問】 ※解答時間終了後、先生の指示で回答してください。

それぞれの質問について、当てはまるものやあなたの考えに最も近いものを1つ選んで、解答用紙の ☐ の中のマーク欄（番号）を黒く塗りつぶしてください。

（1）今回の数学の問題では、解答を言葉や数、式を使って説明する問題がありました。それらの問題について、どのように解答しましたか。

- 1 全ての書く問題で最後まで解答を書こうと努力した
- 2 書く問題で解答しなかったり、解答を書くことを途中であきらめたりしたものがあつた
- 3 書く問題は全く解答しなかった

（2）解答時間は十分でしたか。（50分）

- 1 時間が余つた
- 2 ちょうどよかった
- 3 やや足りなかった
- 4 全く足りなかった